NÅGRA TYPISKA LOGARITM EKVATIONER!

Nedan är lösningar för några typiska ekvationer av typen exponentialekvation!

Exempel 1)

$10^x = 4$	Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \;\rightarrow\; \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$
$x = \lg 4$	
$\underline{x \approx 0{,}6}$	

Vi testar om det stämmer: $10^{0,6} = 10^{\lg 4} = 4 \;\rightarrow \textit{Stämmer}!$

Exempel 2)

$3^x = 22$	Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \;\rightarrow\; \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$
$\left(10^{\lg 3}\right)^x = 10^{\lg 22}$	Enligt definition kan talet y skrivas om med basen 10! ($\mathbf{y = 10^{\lg y}}$)
$10^{x \cdot \lg 3} = 10^{\lg 22}$	Med hjälp av potenslagen $(\boldsymbol{a^n})^{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{a^{n \cdot m}}$ skriver vi om vänster led.
$x \cdot \lg 3 = \lg 22$	Eftersom där är samma bas så måste exponenterna vara lika stora.
$\frac{x \cdot \lg 3}{\lg 3} = \frac{\lg 22}{\lg 3}$	Löser som en vanlig ekvation ...
$\underline{x \approx 2{,}81}$	

Vi testar om det stämmer: $3^{2,81} \approx 22 \;\rightarrow \textit{Stämmer}!$

Exempel 3)

$\lg y = 2$	Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \;\rightarrow\; \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$
$10^{\lg y} = 10^2$	Bägge sidor skrivs om med basen 10.
$y = 10^2$	Enligt definition är $10^{\lg y} = y$.
$\underline{y = 100}$	

Vi testar om det stämmer: $\lg 100 = 2 \;\rightarrow \textit{Stämmer}!$

Exempel 4)

$\lg 10^x = -3$	Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \;\rightarrow\; \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$
$\underline{x = -3}$	Enligt definition är $\lg 10^x = x$.

Vi testar om det stämmer: $\lg 10^{-3} = -3 \;\rightarrow \textit{Stämmer}!$

Fler exempel!

1)

$$\begin{aligned} 10^{2x} &= 4 \\ 2x &= \lg 4 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{\lg 4}{2} \\ x &= \frac{\lg 4}{2} \\ \underline{x} &\underline{\approx 0{,}6} \end{aligned}$$

Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \ \rightarrow \ \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$

2)

$$\begin{aligned} 3^{4x} &= 22 \\ \left(10^{\lg 3}\right)^{4x} &= 10^{\lg 22} \\ 10^{4x \cdot \lg 3} &= 10^{\lg 22} \\ 4x \cdot \lg 3 &= \lg 22 \\ \frac{4x \cdot \lg 3}{\lg 3} &= \frac{\lg 22}{\lg 3} \\ 4x &\approx 2{,}8136 \\ x &\approx \frac{2{,}8136}{4} \\ \underline{x} &\underline{\approx 0{,}7034} \end{aligned}$$

Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \ \rightarrow \ \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$
Enligt definition kan talet y skrivas om med basen 10! ($\boldsymbol{y = 10^{\lg y}}$)
Med hjälp av potenslagen $(\boldsymbol{a^n})^{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{a^{n \cdot m}}$ skriver vi om vänster led.
Eftersom där är samma bas så måste exponenterna vara lika stora.
Löser som en vanlig ekvation ...

3)

$$\begin{aligned} \lg 5y &= 2 \\ 10^{\lg 5y} &= 10^2 \\ 5y &= 10^2 \\ y &= \frac{100}{5} \\ \underline{y} &\underline{= 20} \end{aligned}$$

Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \ \rightarrow \ \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$
Bägge sidor skrivs om med basen 10.
Enligt definition är $10^{\lg y} = y$.

4)

$$\begin{aligned} \lg 10^{3x} &= -3 \\ 3x &= -3 \\ x &= \frac{-3}{3} \\ \underline{x} &\underline{= -1} \end{aligned}$$

Definitionen säger: $y = 10^x, x = \lg y \ \rightarrow \ \mathbf{y = 10^{\lg y}, x = \lg 10^x}$
Enligt definition är $\lg 10^x = x$.

5)

$$\begin{aligned} 120 \cdot 0{,}95^x &= 100 \\ \frac{120 \cdot 0{,}95^x}{120} &= \frac{100}{120} \\ 0{,}95^x &= \frac{100}{120} \\ \left(10^{\lg 0{,}95}\right)^x &= 10^{\lg \frac{100}{120}} \\ 10^{x \cdot \lg 0{,}95} &= 10^{\lg \frac{100}{120}} \\ x \cdot \lg 0{,}95 &= \lg \frac{100}{120} \\ x &= \frac{\lg \frac{100}{120}}{\lg 0{,}95} \\ \underline{x} &\underline{\approx 3{,}55} \end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned} 10^x &= \frac{6}{10^x} \\ 10^x \cdot 10^x &= \frac{6}{10^x} \cdot 10^x \\ (10^x)^2 &= 6 \\ 10^{2x} &= 6 \\ 2x &= \lg 6 \\ x &= \frac{\lg 6}{2} \\ \underline{x} &\underline{\approx 0{,}39} \end{aligned}$$