

Ma2B

Ekvationer & ekvationssystem

3.1: Råta linjens ekvation

Lös ekvationssystemet grafiskt

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + 3 & \textcircled{1} \\ y = 1x - 2 & \textcircled{2} \end{cases} \quad k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Rita in linjerna i koordinatsystemet.
- Titta var linjerna skär varandra.
- Titta vad x respektive y är i skärningspunkten.

SVAR: $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ dvs. linjerna skär varandra i punkten $(4, 2)$

AH jära: 714, 728, 732

$y = 0.5x + 3.5$

☑ Visa Δy och Δx
☑ Visa formler

Linjens lutning

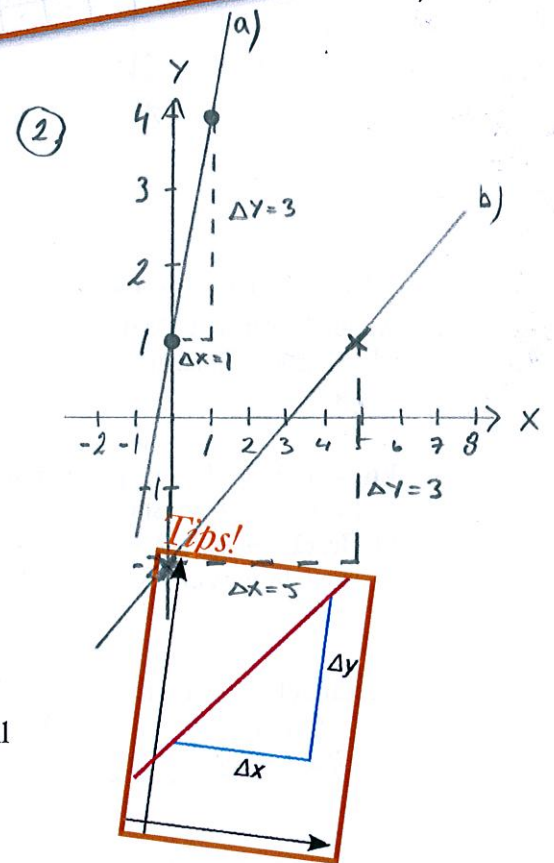
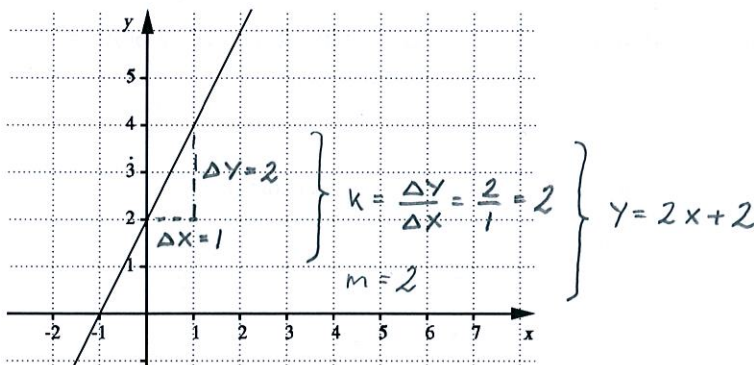
$$y = kx + m$$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$P_1 = (-1, 3)$
 $P_2 = (-5, 1)$

Från graf till ekvation

1. Bestäm linjens ekvation $y = kx + m$.



2. Rita linjen i ett koordinatsystem utan att göra en värdetabell

a) $y = 3x + 1$ b) $y = \frac{3x}{5} - 2$

$k = 3 = \frac{3}{1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ $k = \frac{3}{5} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

3. Ekvationen $y = 2x + 2$ motsvaras av en rät linje i ett koordinatsystem.

Var skär linjen x - samt y -axeln nåanstans? x -axeln ($y=0$): $y = 2x + 2 \Rightarrow 0 = 2x + 2 \Rightarrow -2 = 2x \Rightarrow \frac{-2}{2} = x \Rightarrow -1 = x \Rightarrow \boxed{x = -1}$

y -axeln ($x=0$): $y = 2x + 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 0 + 2 \Rightarrow \boxed{y = 2}$

4. Ligger punkten $(-10; 22)$ på linjen $y = -2x + 3$?

$y = -2x + 3 \Rightarrow 22 = -2(-10) + 3 \Rightarrow 22 = 23 \Rightarrow$ Punkten ligger inte på linjen!

Ma2B

Ekvationer & ekvationssystem

Tips!

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

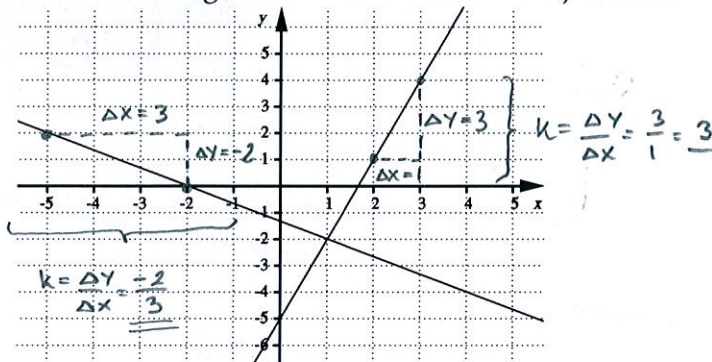
3.1: Räta linjens ekvation

Riktningkoefficienten för en rät linje

5. Beräkna riktningkoefficienten k för den linje som går genom punkterna med koordinaterna
a) $(8; 6)$ och $(2; 3)$ b) $(-2; 3)$ och $(0; 5)$

$$k = \frac{6-3}{8-2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,50 \quad k = \frac{5-3}{0-(-2)} = \frac{2}{2} = 1$$

6. Bestäm riktningkoefficienten till de räta linjer som är ritade i figuren.



Räta linjens ekvation i k-form

7. Ange ekvationen för den räta linje som går genom punkten med koordinaterna $(1; 2)$ och har riktningkoefficienten -2 .

$$y = kx + m \Rightarrow 2 = -2 \cdot 1 + m \Rightarrow 2 = -2 + m \Rightarrow 4 = m \Rightarrow \underline{y = -2x + 4}$$

8. En rät linje $y = kx + m$ går genom punkterna med koordinaterna $(3; -5)$ och $(0; 3)$.

a) Bestäm riktningkoefficienten k . $\rightarrow k = \frac{3 - (-5)}{0 - 3} = \frac{8}{-3}$

b) Bestäm m -värdet. $\rightarrow y = -\frac{8}{3}x + m \Rightarrow 3 = -\frac{8}{3} \cdot 0 + m \Rightarrow 3 = 0 + m \Rightarrow \underline{m = 3}$

c) Ange linjens ekvation på k -form. $\rightarrow \underline{y = -\frac{8}{3}x + 3}$

9. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna med koordinaterna

a) $(5; 3)$ och $(3; 5)$ b) $(-4; -6)$ och $(4; -2)$

a) $k = \frac{5-3}{3-5} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow y = kx + m \Rightarrow 5 = -1 \cdot 3 + m \Rightarrow 5 = -3 + m \Rightarrow m = 8 \Rightarrow \underline{y = -x + 8}$

b) $k = \frac{-2 - (-6)}{4 - (-4)} = \frac{-2 + 6}{4 + 4} = \frac{4}{8} = 0,5 \Rightarrow y = kx + m \Rightarrow -2 = 0,5 \cdot 4 + m \Rightarrow -2 = 2 + m \Rightarrow m = -4 \Rightarrow \underline{y = 0,5x - 4}$

Parallella och vinkelräta linjer

10. En rät linje har ekvationen $y = 4x - 3$.

Bestäm k så att en annan rät linje $y = kx + 2$ blir

a) *parallell* med linjen b) *vinkelrät* mot linjen

a) Parallell = samma lutning = samma k ! $\Rightarrow y = kx + 2 \Rightarrow \underline{y = 4x + 2}$

b) $k_1 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow 4 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow k_2 = \frac{-1}{4} \Rightarrow y = kx + 2 \Rightarrow \underline{y = -\frac{1}{4}x + 2}$

11. Ge exempel på en rät linje som är

a) *parallell* med $3y - 9x + 12 = 0$

b) *vinkelrät* mot $3y - 9x + 12 = 0$

Tips!
 $k_1 \cdot k_2 = -1$

a) $3y - 9x + 12 = 0 \Rightarrow 3y = 9x - 12 \Rightarrow y = \frac{9x - 12}{3} \Rightarrow y_1 = 3x - 4 \Rightarrow \underline{y_2 = 3x + m}$

b) $3y - 9x + 12 = 0 \Rightarrow y = 3x - 4 \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow 3 \cdot k_2 = -1 \Rightarrow k_2 = \frac{-1}{3} \Rightarrow \underline{y_2 = -\frac{1}{3}x + m}$

Ma2B

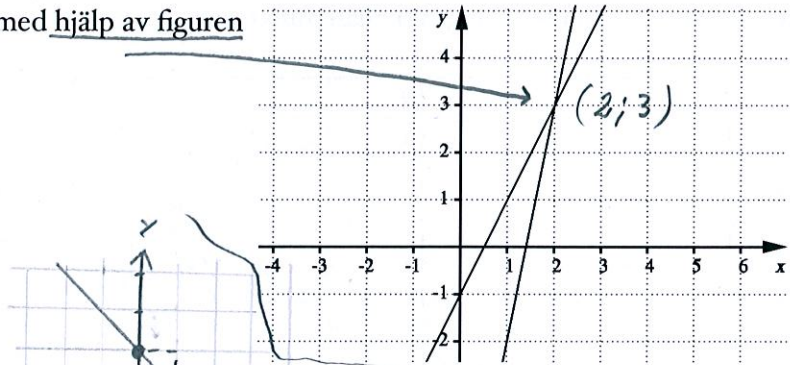
Ekvationer & ekvationssystem

3.2: Ekvationssystem

Grafisk lösning av ett ekvationssystem

12. Lös följande ekvationssystem med hjälp av figuren

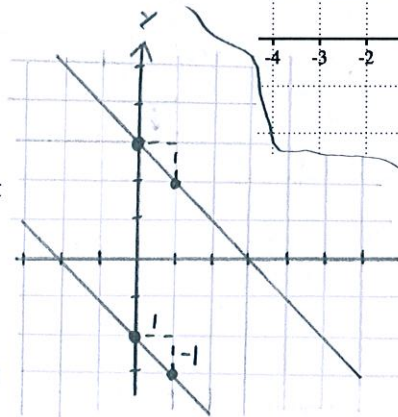
$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 5x - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$



13. Lös ekvationssystemet grafiskt

$$\begin{cases} y = -x - 2 & k = -1 = \frac{-1}{1} \\ y = 3 - x & k = -1 = \frac{-1}{1} \end{cases} \Rightarrow$$

↳ samma k-värde ger att de är parallella → därmed finns ingen lösning



Substitutionsmetoden

14. Lös ekvationssystemet algebraiskt med ersättningsmetoden

a) $\begin{cases} 2x - 4y = 16 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 2x + 12 \\ 3x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 5x - 7 \end{cases}$

a) $2x - 4y = 16 \Rightarrow 2x - 4(3x + 1) = 16 \Rightarrow 2x - 12x - 4 = 16 \Rightarrow -10x = 20 \Rightarrow x = 20 / -10 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = 3 \cdot (-2) + 1 = -5$ $\begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \end{cases}$

b) $3x + 2y + 4 = 0 \Rightarrow 3x + 2(2x + 12) + 4 = 0 \Rightarrow 3x + 4x + 24 + 4 = 0 \Rightarrow 7x = -28 \Rightarrow x = -28 / 7 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow y = 2 \cdot (-4) + 12 = 4$ $\begin{cases} x = -4 \\ y = 4 \end{cases}$

c) $y = y \Rightarrow 2x - 1 = 5x - 7 \Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow x = 6 / 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Additionsmetoden

15. Lös ekvationssystemet algebraiskt med additionsmetoden

a) $\begin{cases} x + y = 23 \\ 3x + 6y = 96 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -3x - 3y = -69 \\ 3x + 6y = 96 \end{cases} \\ + \\ \hline 0 + 3y = 27 \\ y = 9 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x + 9 = 23 \end{cases}$$

$$x = 14$$

$$\begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases}$$

b) $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 8x + 2y = 6 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \\ + \\ \hline 9x + 0 = 2 \\ x = 2/9 \approx 0,22 \end{array}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 3 \\ y = 3 - 4x \\ y = 3 - 4 \cdot \frac{2}{9} \\ y = 3 - \frac{8}{9} \\ y = \frac{27 - 8}{9} = \frac{19}{9} \approx 2,11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,22 \\ y = 2,11 \end{cases}$$

c) $\begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0 \\ 3x - y - 5 = 0 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0 \\ 9x - 3y - 15 = 0 \end{cases} \\ + \\ \hline 11x + 0 - 11 = 0 \\ 11x = 11 \\ x = 11/11 \end{array}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0 \\ 3x - y - 5 = 0 \\ 3x - 5 = y \\ 3 \cdot 1 - 5 = y \\ -2 = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

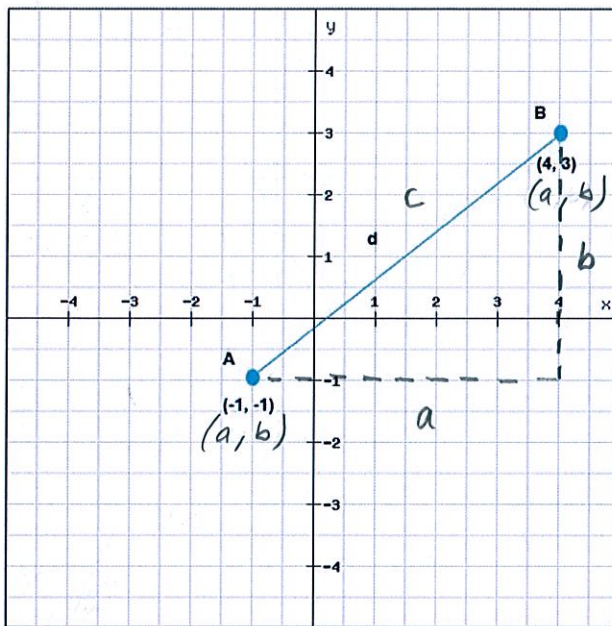
Ma2B

Ekvationer & ekvationssystem

3.3: Avståndsformeln

Avståndsformeln

16. Bestäm längden av stäcakan mellan punkterna A och B.



Tips: pythagoras sats!

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Lösning!

För att bestämma längden d , mellan två punkter använder man formeln nedan

Tips!

$$d = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$$

$$\begin{cases} \text{Punkt 1: } (4; 3) \\ \text{Punkt 2: } (-1; -1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(4 - (-1))^2 + (3 - (-1))^2}$$

$$d = \sqrt{(5)^2 + (4)^2}$$

$$d = \sqrt{25 + 16}$$

$$d = \sqrt{41}$$

$$\underline{\underline{d = 6,4}}$$