

Potensekvation O.S. Exponentialekvation

Jonas Bengtsson

$$y = C \cdot a^t$$

där

y = slutvärde

C = startvärde

a = förändringsfaktor

t = tid

Läs först teorin!
& lös sen båda
ekvationerna.

(glöm inte extrauppgifterna)

Potensfunktionens uppbyggnad

En potensfunktion har alltid sin variabel, t.ex. variabeln x , i potensens bas. När denna variabel är okänd så känner vi alltså inte till förändringsfaktorn och därmed inte den procentuella förändringen.

Så när vi söker den procentuella förändringen i ett problem så ställer man i sammanhanget upp en potensfunktion och får oftast lösa en potensekvation.

Ett sådant samband skulle kunna vara att vi har en bil som kostade 75 000 kronor som ny och att den efter 4 år är värd 45 000 kronor. Vi känner då inte till den årliga procentuella förändringen men kan med följande samband ta reda på denna:

$$45000 = 75000 \cdot x^4$$

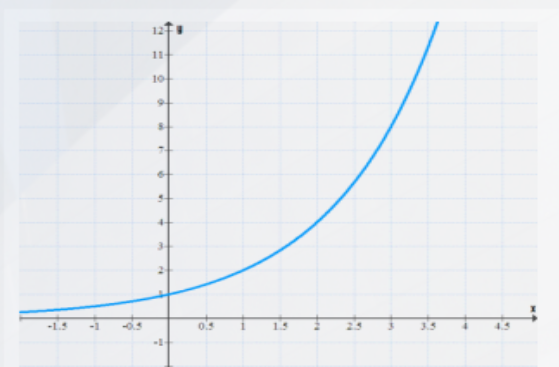
Exponentialfunktionens uppbyggnad

En exponentialfunktion har alltid sin variabel, t.ex. variabeln x , i potensens exponent. När denna variabel är okänd så känner vi alltså inte till tiden för någon procentuell förändring.

Så när vi söker den tiden i ett liknande problem så ställer man i sammanhanget upp en exponentialekvation som går att lösa med logaritmer.

Ett sådant samband skulle kunna vara att vi har en bil som kostade 75 000 kronor som ny och att den årligen minskar i värde med 8%. När är bilen värd 45 000 kronor. Vi känner då inte till tiden för bilens värde att minska till 45 000 men kan ta reda på det med hjälp av följande samband.

$$45000 = 75000 \cdot 0,92^x$$



En exponentialfunktion utritad i ett koordinatssystem

Extrauppgifter! Lös följande ekvationer a) $3 \cdot 4^{2x-3} = 15$ b) $5 - 3 \cdot 2^{3x-1} = -16$

Lösning Potensekvation

$$75\,000 \cdot x^4 = 45\,000$$

- potensekvation

$$x^4 = 45\,000 / 75\,000$$

- dividera båda led med 75 000

$$x^4 = 45 / 75$$

- dela bort tusen nollorna

$$(x^4)^{1/4} = (45 / 75)^{1/4}$$

- upphöj båda leden med 1/4

$$x = (45 / 75)^{1/4}$$

- slå på miniräknaren

$$x \approx 0,88$$

- resultat på miniräknaren

Svar: Den årliga värdesänkningen för bilen i procent är 12% dvs bilens värde har under 4 års tid sjunkit med 12% vart år!

Lösning Exponentialekvation

$$75\,000 \cdot 0,92^x = 45\,000$$

- exponentialekvation

$$0,92^x = 45\,000 / 75\,000$$

- dividera båda led med 75 000

$$0,92^x = 45 / 75$$

- dela bort tusen nollorna

$$\lg 0,92^x = \lg (45 / 75)$$

- logaritmera båda leden

$$x \cdot \lg 0,92 = \lg (45 / 75)$$

- enligt logaritmregler (3:ans)

$$x = \lg(45/75) / \lg(0,92)$$

- dela båda leden med lg(0,92)

$$x = \lg(45/75) / \lg(0,92)$$

- slå på miniräknaren

$$x \approx 6,13$$

- resultat på miniräknaren

Svar: Bilens värdeminskning från 75 000 till 45 000 kommer att ta ca 6 år om vi antar att bilen har en värdeminskning på 8% per år.

Lösning: Extrauppgifter

a) $3 \cdot 4^{2x-3} = 15$

$$4^{2x-3} = 5$$

$$2x - 3 \lg 4 = \lg (5)$$

$$2x - 3 = \lg (5) / \lg (4)$$

$$2x - 3 \approx 1,16$$

$$x = 4,16$$

$$x = 4,16 / 2$$

$$x = 2,08$$

b) $5 - 3 \cdot 2^{3x-1} = -16$

$$-3 \cdot 2^{3x-1} = -21$$

$$2^{3x-1} = -21 / -3$$

$$2^{3x-1} = 7$$

$$(3x - 1) \cdot \lg 2 = \lg (7)$$

$$3x - 1 = \lg (7) / \lg(2)$$

$$3x - 1 \approx 4,16 / 2$$

$$3x - 1 \approx 2,8$$

$$x = (2,8+1) / 3$$

$$x \approx 1,3 (1,26667)$$